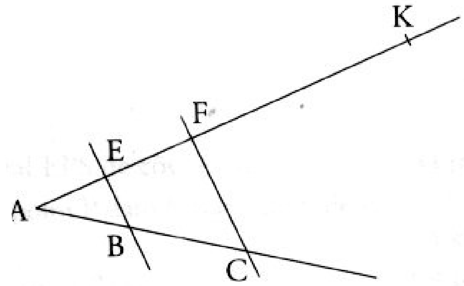
COLLEGE OLYMPE DE GOUGES

Date.................... Classe..........

Solution du devoir de mathématiques

NOM, Prénom:..

I] Les droites (BE) et (FC) sont parallèles.
AB = 6 cm ; AC = 15 cm et AF = 12 cm.



1) Calculer la longueur AE.

Les droites (EF) et (BC) sont sécantes en A.
(BE) // (FC)
Donc, d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AE}{AF}=\frac{AB}{AC}=\frac{EB}{FC}$$

D'où :

$$\frac{AE}{AF}=\frac{AB}{AC}$$
$$\frac{AE}{12}=\frac{6}{15}$$
$$AE=\frac{12\times 6}{15}$$
$$AE=\frac{4\times 6}{5} \quad \text{(simplification par 3)}$$
$$AE=\frac{24}{5}$$
$$AE=4{,}8\ cm$$

2) *Sachant que AK = 30 cm, démontrer que les droites (BF) et (CK) sont parallèles.*

Les droites (FK) et (BC) sont sécantes en A.

$\frac{AF}{AK}=\frac{12}{30}=\frac{2}{5}$ et $\frac{AB}{AC}=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$

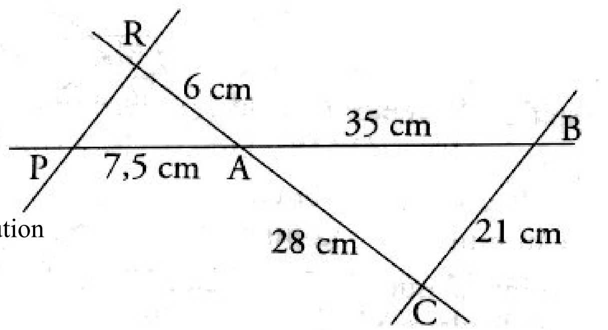
D'où on a $\frac{AF}{AK}=\frac{AB}{AC}$ et les points A, F, K et A, B, C sont alignés dans le même ordre
Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, (BF) // (CK)

3) *Sachant que FC = 9 cm, démontrer que le triangle AFC est rectangle en F.*

$$AF^2 + FC^2 = 12^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225 \qquad AC^2 = 15^2 = 225$$

On a $AF^2 + FC^2 = AC^2$, donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, AFC est rectangle en F.

II] Deux droites (PB) et (RC) sont sécantes en un point A.



(Sur le dessin, les dimensions indiquées ne sont pas respectées.)

1) Démontrer que les droites (PR) et (BC) sont parallèles.

Les droites (PB) et (RC) sont sécantes en A.

$\frac{AR}{AC}=\frac{6}{28}=\frac{3}{14}$ et $\frac{AP}{AB}=\frac{7{,}5}{35}=\frac{15}{70}=\frac{3}{14}$

D'où on a $\frac{AR}{AC}=\frac{AP}{AB}$ et les points A, P, B et A, R, C sont alignés dans le même ordre

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, (PR) // (BC)

2) Calculer la longueur RP.

Les droites (PB) et (RC) sont sécantes en A.

(PR) // (BC) d'après l'exercice ci-dessus.

Donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{AR}{AC}=\frac{AP}{AB}=\frac{RP}{BC}$

D'où

$$\frac{AR}{AC}=\frac{RP}{BC}$$

$$\frac{3}{14}=\frac{RP}{21}$$

$$RP=\frac{21\times3}{14}$$

$$RP=\frac{9}{2}=4{,}5\ cm$$

III] La figure ci-contre donne le schéma d'une table à repasser.

Le segment [AD] représente la planche.

Les segments [AB] et [EC] représentent les pieds.

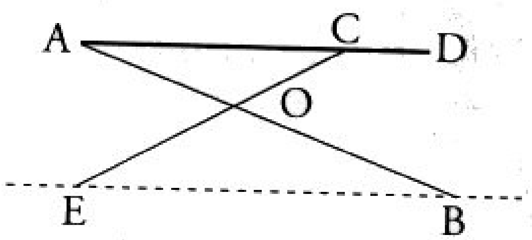
Les droites (AB) et (EC) se coupent en O.

On donne :

AD = 125 cm; AC = 100 cm ;

OA = 60 cm ; OB = 72 cm ;

OE = 60 cm ; OC = 50 cm



1) Montrer que la droite (AC) est parallèle à la droite (EB).

Les droites (AB) et (CE) sont sécantes en O.

$\frac{OA}{OB}=\frac{60}{72}=\frac{5}{6}$ et $\frac{OC}{OE}=\frac{50}{60}=\frac{5}{6}$

D'où on a $\frac{OA}{OB}=\frac{OC}{OE}$ et les points O, A, B et O, C, E sont alignés dans le même ordre

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, (AC) // (BE)

2) Calculer l'écartement EB en cm.

Les droites (AB) et (CE) sont sécantes en O.

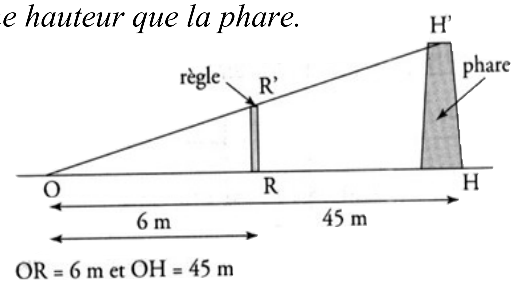
(AC) // (BE) d'après la question 1).

Donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{OA}{OB}=\frac{OC}{OE}=\frac{AC}{BE}$

D'où

$$\frac{OC}{OE}=\frac{AC}{BE}$$
$$\frac{5}{6}=\frac{100}{BE}$$
$$5\times BE=100\times 6 \qquad \text{(produit en croix)}$$
$$BE=\frac{100\times 6}{5}=120\ cm$$

IV] *On souhaite mesurer la hauteur HH' d'un phare.*
Pour cela, on place verticalement une règle RR' de 2 m dans son alignement et on s'en éloigne jusqu'à ce qu'elle semble être de la même hauteur que la phare.
Les droites (RR') et (HH') sont parallèles.
Calculer la hauteur du phare.



Les droites (RH) et (R'H') sont sécantes en O.
(RR') // (HH')
Donc, d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{OR}{OH}=\frac{OR'}{OH'}=\frac{RR'}{HH'}$$

D'où

$$\frac{OR}{OH}=\frac{RR'}{HH'}$$
$$\frac{6}{45}=\frac{2}{HH'}$$
$$6\times HH'=2\times 45 \qquad \text{(produit en croix)}$$
$$HH'=\frac{2\times 45}{6}$$
$$HH'=15\ m$$