Collège Olympe de Gouges Cadaujac

Février 2025

BREVET BLANC
SOLUTIONS DE L'EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Durée : 2 heures

L'emploi de la calculatrice est autorisé.

Le détail des calculs doit figurer sur la copie.

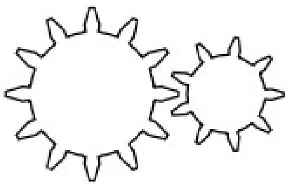
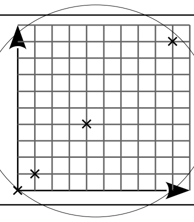
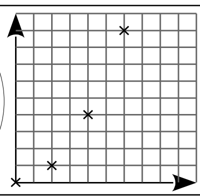
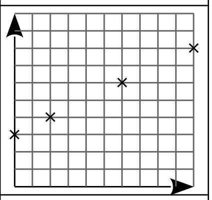
*Sauf indication contraire, **les réponses doivent être justifiées** et seuls les résultats exacts sont demandés.*

Tous les essais, les démarches engagées, même non aboutis seront pris en compte.

Le candidat peut traiter les exercices dans l'ordre qui lui convient.

Exercice n°1 (21 points)

Cet exercice est un Q.C.M. (Questionnaire à Choix Multiples).
Chaque question n'a qu'une seule bonne réponse.
Pour chaque question, précisez sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée pour cet exercice.

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	La comète Hale-Bopp a atteint la vitesse de 2 640 km/min. Quelle est sa vitesse en m/s ?	44	44 000	2 640 000
2	Quelles sont les solutions de l'équation $(2x-7)(3x+1)=0$?	$\frac{7}{2}$ et $\frac{1}{3}$	$-\frac{7}{2}$ et $-\frac{1}{3}$	$\frac{7}{2}$ et $-\frac{1}{3}$
3	Voici un engrenage : 12 dents 9 dents  Si la petite roue effectue exactement 4 tours complets, combien de tours complets effectue la grande roue ?	3 tours complets	4 tours complets	6 tours complets
4	Quelle est la solution de l'équation : $2x+4=5x-2$?	$6x$	0	2
5	Lorsque l'on regarde un angle de 3° avec une loupe de grossissement 2, on voit un angle de :	3°	6°	9°
6	Lequel de ces graphiques représente une situation de proportionnalité :			
7	Deux amis ont joué au loto et leur mise s'est faite selon le ratio 3:5. Ils gagnent 64€. Quelle est la somme d'argent qui revient à chacun d'eux ?	21,2€ et 12,8€	24€ et 40€	38,4€ et 25,6

Exercice n°2 (14 points)

1. *Le tableau ci-dessous présente, pour quatre félins étudiés, les probabilités d'attraper leur proie quand ils la poursuivent.*

Félin étudié	*Probabilité d'attraper la proie qu'il poursuit*
Le lion	*25 %*
Le guépard	$\frac{1}{2}$
Le tigre	*0,1*
Le chat à pieds noirs	$\frac{6}{10}$

Vérifier que, parmi les quatre félins étudiés, le chat à pieds noirs a la probabilité la plus élevée d'attraper sa proie quand il la poursuit.

25 % = $\frac{1}{4}$ = $\frac{5}{20}$ = 0,25 $\qquad$ $\frac{1}{2}$ = $\frac{10}{20}$ = 0,5

0,1 = $\frac{1}{10}$ = $\frac{2}{20}$ $\qquad$ $\frac{6}{10}$ = $\frac{12}{20}$ = 0,6

On a alors : 0,1 < 25 % < $\frac{1}{2}$ < $\frac{6}{10}$. C'est bien le chat à pieds noirs qui a la probabilité la plus élevée.

2. *Le plus souvent, le guépard est le félin le plus rapide avec une vitesse pouvant atteindre 115 km/h. À cette vitesse, en combien de secondes le guépard parcourt-il 100 mètres ?*
On donnera une valeur approchée au centième de seconde près.

115 km/h = 115 000 m/h soit 115 000 m en 3 600 s.

Utilisons un tableau de proportionnalité : on appelle x le temps en s mis par le guépard pour faire 100 m.

Distance en m	115 000	100
Temps en s	3 600	x

On a alors : $x = \frac{3600 \times 100}{115000} = \frac{360}{115} = \frac{72}{23} \approx 3,13$. Le guépard mets environ 3,13 s (313 centièmes de seconde) pour faire 100 m.

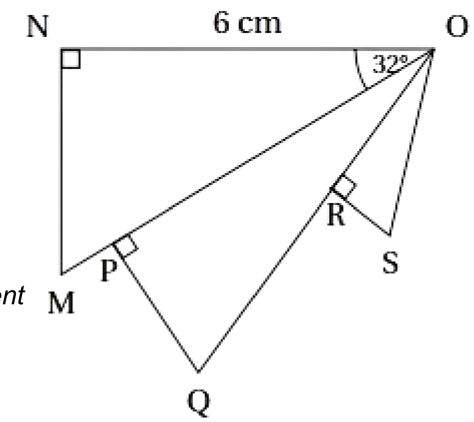
3. *Dans un pays d'Afrique, on estimait à :*
   - *1 200 guépards en 1999.*
   - *170 guépards en 2016.*

Dans ce pays, est-il vrai que le nombre de guépards a baissé d'environ 86 % entre 1999 et 2016 ?

$1200 - 170 = 1030$ Le nombre de guépards a baissé de 1030.

$\frac{1030}{1200} \times 100 = \frac{515}{6} \approx 86$ % . La baisse est bien d'environ 86 %.

Exercice n°3 (17 points)



Sur la figure ci-contre, qui n'est pas à l'échelle,

- *le triangle ONM est rectangle en N,*
- *le triangle OPQ est rectangle en P,*
- *le triangle ORS est rectangle en R,*
- *ON = 6 cm et $\widehat{MON}$ = 32°.*
- *P est un point du segment [OM] et R est un point du segment [OQ].*

1. *Calculer la mesure de la longueur MN. On donnera une valeur approchée au millimètre près.*

Dans le triangle MNO rectangle en O,

$\tan 32 = \dfrac{MN}{ON} = \dfrac{MN}{6}$ d'où $MN = 6 \times \tan 32 \approx 3,7\ cm$ (au mm près)

2. *On donne PQ = 2,5 cm et OQ = 6,5 cm. Montrer que OP = 6 cm.*

Dans le triangle OPQ, rectangle en P ; d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$OP^2 + PQ^2 = OQ^2$$
$$OP^2 = OQ^2 - PQ^2$$
$$OP^2 = 6,5^2 - 2,5^2$$
$$OP^2 = 42,25 + 6,25$$
$$OP^2 = 36$$
$$D'où\ OP = \sqrt{36} = 6\,cm$$

3. *Montrer que les triangles ONM et OPQ ne sont pas des triangles égaux.*

Des triangles égaux ont les mêmes mesures 2 à 2, or $MN \approx 3,7\,cm$ et aucune des mesures de OPQ ne correspond. Ce ne sont donc pas des triangles égaux.

4. *Sachant que le triangle OPQ est un agrandissement du triangle ORS et que OS = 3,25 cm, calculer l'aire du triangle ORS.*

Comme OPQ est un agrandissement de ORS, il y a proportionnalité entre les côtés des 2 triangles. D'après le schéma, OQ correspond à OS et on remarque que $OS \times 2 = 3,25 \times 2 = 6,5 = OQ$

On en déduit que $RS \times 2 = PQ$ d'où $RS = \dfrac{PQ}{2} = \dfrac{2,5}{2} = 1,25\,cm$ et

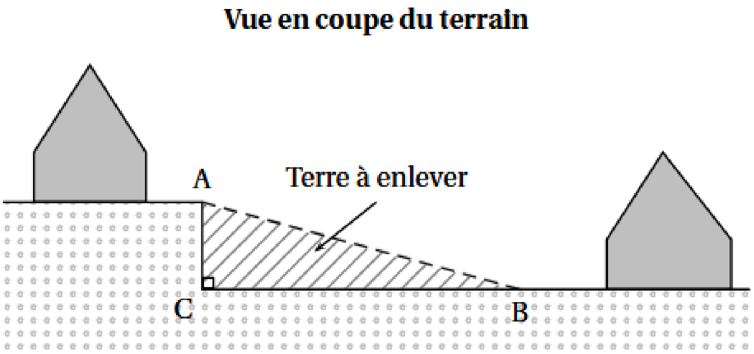
$OR \times 2 = OP$ d'où $OR = \dfrac{OP}{2} = \dfrac{6}{2} = 3\,cm.$

L'aire du triangle ORS est $\dfrac{OR \times RS}{2} = \dfrac{1,25 \times 3}{2} = 1,875\,cm^2$.

Exercice n°4 (20 points)

On dispose d'un terrain en pente sur lequel on souhaite construire une maison. Il faut pour cela enlever de la terre afin d'obtenir un terrain horizontal. On dispose des informations suivantes :

La maison sera construite sur le terrain horizontal représenté par le segment [BC]. Le triangle ABC est rectangle en C et :
AC = 2,6 m
AB = 17 m



1. *Justifier que la longueur CB est égale à 16,8 m.*

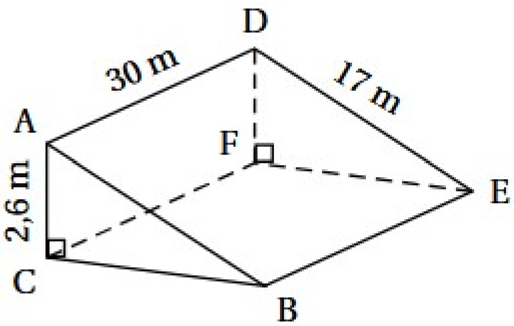
   Dans le triangle ACB, rectangle en C ; d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AC^2 + CB^2 = AB^2$$
$$CB^2 = AB^2 - AC^2$$
$$CB^2 = 17^2 - 2,6^2$$
$$CB^2 = 289 - 6,76$$
$$CB^2 = 282,24$$
$$D'où\ CB = \sqrt{282,24} = 16,8\,cm$$

2. *Le coût des travaux pour enlever la terre dépend de la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$. Si la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ est supérieure à 8,5°, cela entraînera un surcoût des travaux (c'est-à-dire que les travaux pour enlever la terre coûteront plus cher).*
   Est-ce le cas pour ce terrain ?

   Dans le triangle ABC rectangle en C, on a : $sin(\widehat{ABC}) = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{2,6}{17}$ et par conséquent $\widehat{ABC} = \arcsin\left(\dfrac{2,6}{17}\right) \approx 8,8°$. L'angle est supérieur à 8,5°, il y aura un surcoût.

3. *On admet que le volume de terre enlevée correspond au volume du prisme droit CBAFED de hauteur [CF] et de bases triangulaires ACB et DFE, comme représenté ci-dessous.*
   On rappelle que les longueurs CF et AD sont égales.



Déterminer le volume de terre à enlever en m^3.

On rappelle la formule :
Volume d'un prisme droit = aire d'une base du prisme × hauteur du prisme

La base du prisme est un triangle rectangle d'aire $\dfrac{AC \times CB}{2} = \dfrac{2,6 \times 16,8}{2} = 21,84\,m^2$

Le volume est aire de la base x hauteur = $21,84 \times 30 = 655,2\,m^3$.

Exercice n°5 (14 points)

Programme A	Programme B
• Choisir un nombre • Soustraire 3 • Calculer le carré du résultat obtenu	• Choisir un nombre • Calculer le carré de ce nombre • Ajouter le triple du nombre de départ • Ajouter 7

1. *Corinne choisit le nombre 1 et applique le programme A.*
   Expliquer en détaillant les calculs que le résultat du programme de calcul est 4.
   Faisons le calcul : $(1-3)^2 = (-2)^2 = 4$.

2. *Tidjane choisit le nombre 5 et applique le programme B. Quel résultat obtient-il ?*
   Calcul : $(-5)^2 + 3 \times (-5) + 7 = 25 + (-15) + 7 = 17$. Tidjane obtient 17.

3. *Lina souhaite regrouper le résultat de chaque programme à l'aide d'un tableur. Elle crée la feuille de calcul ci-dessous.*
   Elle a saisi dans la cellule B2 la formule suivante : $=(B1-3)\hat{}2$
   Quelle formule a-t-elle saisie ensuite dans la cellule B3 ?
   La formule est : $=(B1)\hat{}2 + 3 \star B1 + 7$.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre de départ	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	Résultat du programme A	36	25	16	9	4	1	0
3	Résultat du programme B	7	5	5	7	11	17	25

4. *Zoé cherche à trouver un nombre de départ pour lequel les deux programmes de calcul donnent le même résultat. Pour cela, elle appelle x le nombre choisi au départ et exprime le résultat de chaque programme de calcul en fonction de x.*

   a. *Montrer que le résultat du programme A en fonction de x peut s'écrire sous forme développée et réduite : $x^2 - 6x + 9$*
   Le programme est : $(x-3)^2 = x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2 = x^2 - 6x + 9$ (identité remarquable).

   b. *Écrire le résultat du programme B en fonction de x.*
   Le résultat est : $x^2 + 3 \times x + 7$.

   c. *Existe-t-il un nombre de départ pour lequel les deux programmes donnent le même résultat ? Si oui, lequel ?*

Il suffit de résoudre l'équation suivante

$$\begin{aligned}
x^2+3\times x+7 &= x^2-6\times x+9\\
x^2+3\times x+7-x^2 &= x^2-6\times x+9-x^2\\
3\times x+7 &= -6\times x+9\\
3\times x+7+6\times x &= -6\times x+9+6\times x\\
9\times x+7-7 &= 9-7\\
9\times x &= 2\\
\frac{9\times x}{9} &= \frac{2}{9}\\
x &= \frac{2}{9}
\end{aligned}$$

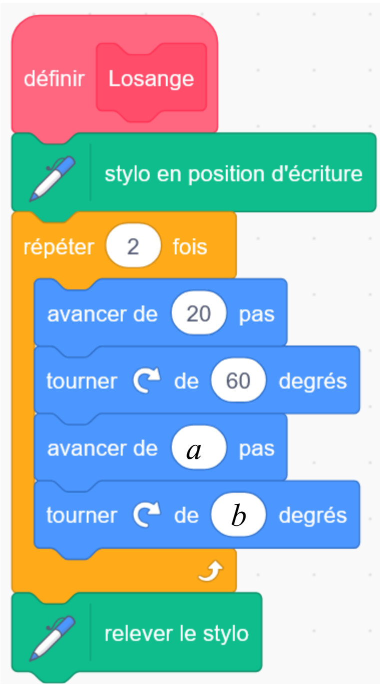
Les 2 programmes donnent le même résultat avec $\frac{2}{9}$.

Exercice n°6 (14 points)

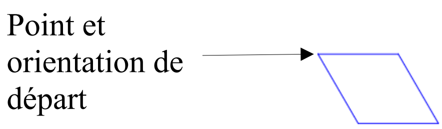
Dans cet exercice, aucune justification n'est attendue pour les réponses apportées aux questions 1. et 2.

À l'aide d'un logiciel de programmation, on définit un bloc « Losange » pour construire un losange.

Bloc « Losange »



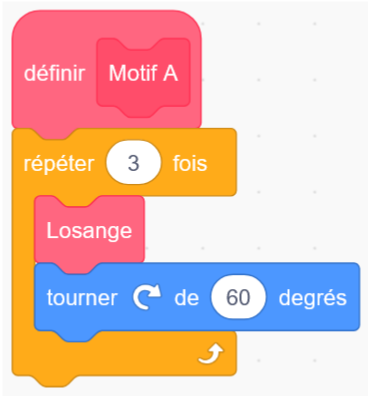
Losange obtenu



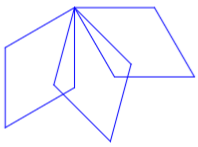
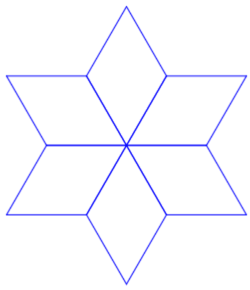
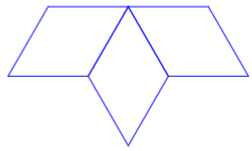
1. *Dans le bloc « Losange », par quelles valeurs faut-il remplacer a et b pour obtenir le losange ci-dessus ?*

   Il faut a = 20 et b = 120.

2. On définit ensuite un nouveau bloc nommé « Motif A » :

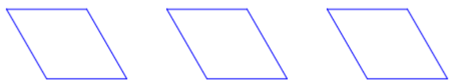


Parmi les figures suivantes, quelle est celle qui est obtenue en exécutant le bloc « Motif A » ?

Figure 1	Figure 2	Figure 3
		

On obtient la figure 3.

3. *On a défini un nouveau bloc nommé « Motif B ». En l'exécutant, on a obtenu la figure ci-dessous :*
Écrire un script du bloc « Motif B ».



Voici le code :