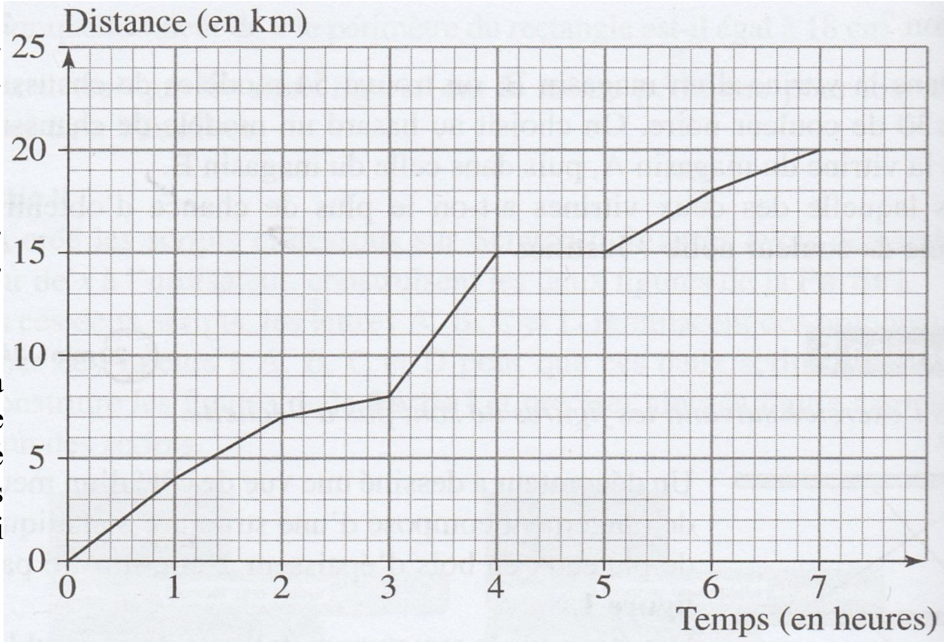
Mars 2021

Solution du BREVET BLANC DE MATHEMATIQUES

Exercice n°1 (14 points)



Une famille a effectué une randonnée en montagne. Le graphique ci-contre donne la distance parcourue en km en fonction du temps en heures.

1. *Ce graphique traduit-il une situation de proportionnalité ? Justifier la réponse.*
   Ce n'est pas de la proportionnalité car une situation de proportionnalité est représentée par des points alignés sur une droite qui passe par l'origine.

2. *On utilisera le graphique pour répondre aux questions suivantes. Aucune justification n'est demandée.*

   a. *Quelle est la durée totale de cette randonnée ?*
   La durée totale de cette randonnée est de 7 h.

   b. *Quelle distance cette famille a-t-elle parcourue au total ?*
   Cette famille a parcourue au total 20 km.

   c. *Quelle est la distance parcourue au bout de 6 h de marche ?*
   La distance parcourue au bout de 6 h de marche est de 18 km.

   d. *Au bout de combien de temps ont-ils parcouru les 8 premiers km ?*
   Ils ont parcouru les 8 premiers km au bout de 3h.

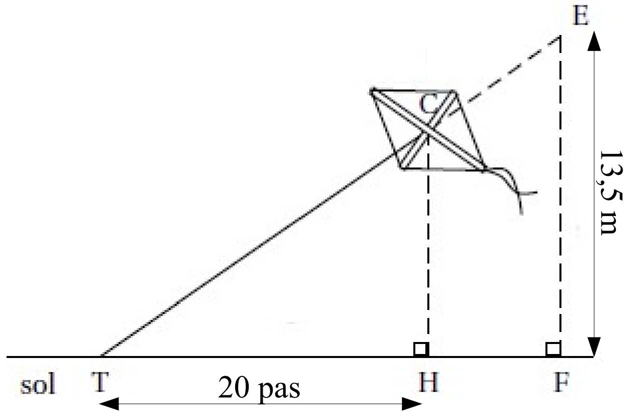
   e. *Que s'est-il passé entre la 4ème et la 5ème heure de randonnée ?*
   La famille s'est arrêtée pendant une heure.

3. *Un randonneur expérimenté marche à une vitesse moyenne de 4 km/h sur toute la randonnée.Cette famille est-elle expérimentée? Justifier la réponse.*
   La famille a parcouru 20 km en 7 h, sa vitesse moyenne est $\frac{20}{7}\left(\frac{distance}{temps}\right) \approx 2,9 km/h$. C'est inférieur à 4 km/h, ce n'est pas une famille expérimentée.

Exercice n°2 (15 points)

Données : Les points T, C et E sont alignés.
Les points T, H et F sont alignés.
TC = 15 m.

Thomas attache son cerf-volant au sol au point T.
Il fait 20 pas pour parcourir la distance TH.
Un pas mesure 0,6 mètre.
Le schéma ci-contre illustre la situation. Il n'est pas à l'échelle.



1. *Montrer que la hauteur CH du cerf-volant est égale à 9 m.*
   20 pas correspondent à $20 \times 0,6 = 12$ m.
   Dans le triangle THC, rectangle en H ; d'après le théorème de Pythagore, on a :
   $$TC^2 = TH^2 + CH^2$$
   $$15^2 = 12^2 + CH^2$$
   $$225 = 144 + CH^2$$
   $$CH^2 = 225 - 144$$
   $$CH^2 = 81$$
   $$d'où\ CH = \sqrt{81} = 9m$$
   Le cerf-volant est à 9 m de hauteur.

2. *Thomas souhaite que son cerf-volant atteigne une hauteur EF de 13,5 m.*

   a. *Démontrer que THC et TFE sont des triangles semblables.*
   THC et TFE ont chacun un angle droit et un angle commun $\widehat{HTC}$. Ils ont donc deux angles communs, ce qui suffit pour prouver qu'ils sont semblables.

   b. *Calculer la longueur TE de la corde nécessaire.*
   THC et TFE sont semblables, leurs côtés respectifs sont proportionnels d'où
   $$\frac{HC}{FE} = \frac{TC}{TE}$$
   $$\frac{9}{13,5} = \frac{15}{TE}$$
   $$TE = \frac{15 \times 13,5}{9} = 22,5m$$
   Il faut 22,5 m de corde.

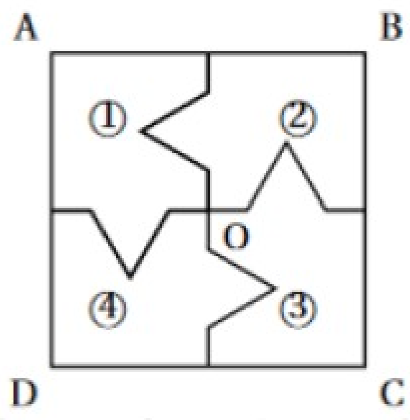
Exercice n°3 (12 points)

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples).
Pour chaque ligne du tableau, une seule affirmation est juste.
Sur votre copie, indiquer le numéro de la question et recopier la réponse exacte.
On ne demande pas de justifier.

①	*La diagonale d'un rectangle de 10 cm par 20 cm est d'environ :*	15 cm	22 cm	30 cm
②	*Quelle est la solution de l'équation* $5x + 12 = 3$ *?*	1,8	3	$-1,8$
③	*L'image de 3 par la fonction* f *définie par* $f(x) = x^2 - 2x + 7$ *est :*	10	4	22
④	*Si une voiture roule à une allure régulière de 60 km/h, quelle distance va-t-elle parcourir en 1 h 10 min ?*	110 km	70 km	66 km
⑤	*Dans la salle 1 du cinéma, il y a 200 personnes dont 40 % sont des femmes. Dans la salle 2, sur les 160 personnes, 50 % sont des femmes. Quelle affirmation est vraie ?*	Il y a plus de femmes dans la salle 1.	Il y a plus de femmes dans la salle 2.	Il y a autant de femmes dans les deux salles.
⑥	*Quelle est la solution de l'équation* $2x + 4 = 5x - 2$ *?*	$6x$	0	2

<u>Exercice n°4 (13 points)</u>

Pour garder un souvenir de sa soirée, Lila décide de faire un mur de photos. Des appareils instantanés seront placés dans la salle et toutes les photos seront épinglées sur un mur…



1. *Elle achète des plaques de liège qui s'assemblent pour former un carré comme ci-contre :*

   a. *Quelle est l'image du polygone 1 par la symétrie centrale de centre O ? Répondre sans justifier.*
   L'image du polygone 1 par la symétrie centrale de centre O est le polygone 3.

   b. *Quelle est l'image du polygone 4 par la rotation de centre O , d'angle 90°, sens horaire ? Répondre sans justifier.*
   L'image du polygone 4 par la rotation de centre O , d'angle 90°, sens horaire est le polygone 1.

2. *La figure <u>en annexe (voir la dernière page)</u> est une partie du pavage obtenu à partir du carré de base ABCD.*

   a. *Quelle transformation transforme le polygone 1 en polygone 5. Détailler la réponse.*
   Il s'agit de la translation qui transforme A en B.

   b. *Colorie en vert l'image du polygone 5 par la translation qui transforme A en C.*
   Voir sur l'annexe

   c. *Colorie en bleu l'image du polygone 5 par la symétrie centrale de centre C.*
   Voir sur l'annexe

Exercice n°5 (14 points)

Programme A	Programme B
• Choisir un nombre • Soustraire 3 • Calculer le carré du résultat obtenu	• Choisir un nombre • Calculer le carré de ce nombre • Ajouter le triple du nombre de départ • Ajouter 7

1. *Corinne choisit le nombre 1 et applique le programme A.*
Expliquer en détaillant les calculs que le résultat du programme de calcul est 4.
Faisons le calcul : $(1-3)^2 = (-2)^2 = 4$.

2. *Tidjane choisit le nombre 5 et applique le programme B. Quel résultat obtient-il ?*
Calcul : $5^2 + 3 \times 5 + 7 = 25 + 15 + 7 = 47$. Tijane obtient 47.

3. *Lina souhaite regrouper le résultat de chaque programme à l'aide d'un tableur. Elle crée la feuille de calcul ci-dessous. Elle a saisi dans la cellule B2 la formule suivante :* $=(B1-3)\hat{}2$
Quelle formule a-t-elle saisie ensuite dans la cellule B3 ?
La formule est : $=(B1)^\wedge 2 + 3 \star B1 + 7$.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre de départ	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	Résultat du programme A	36	25	16	9	4	1	0
3	Résultat du programme B	7	5	5	7	11	17	25

4. *Zoé cherche à trouver un nombre de départ pour lequel les deux programmes de calcul donnent le même résultat. Pour cela, elle appelle x le nombre choisi au départ et exprime le résultat de chaque programme de calcul en fonction de x.*

   a. *Montrer que le résultat du programme A en fonction de x peut s'écrire sous forme développée et réduite : $x^2 - 6x + 9$*
   Le programme est : $(x-3)^2 = x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2 = x^2 - 6x + 9$ (identité remarquable).
   On peut aussi utiliser la double distributivité :
   $(x-3)^2 = (x-3)(x-3) = x^2 - 3x - 3x + 9 = x^2 - 6x + 9$

   b. *Écrire le résultat du programme B en fonction de x.*
   Le résultat est : $x^2 + 3 \times x + 7$.

   c. *Existe-t-il un nombre de départ pour lequel les deux programmes donnent le même résultat ? Si oui, lequel ?*
   Il suffit de résoudre l'équation suivante

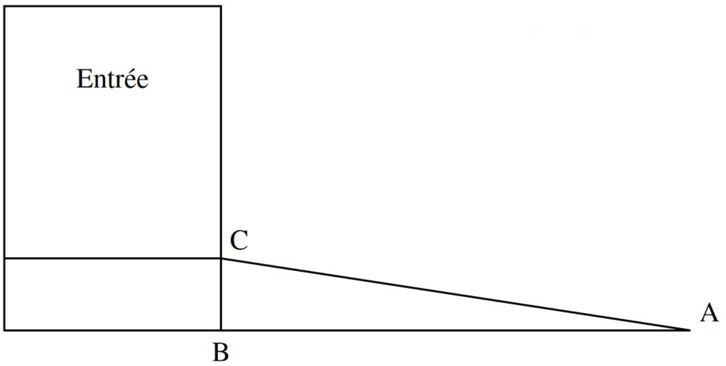
$$\begin{aligned}
x^2 + 3 \times x + 7 &= x^2 - 6 \times x + 9 \\
x^2 + 3 \times x + 7 - x^2 &= x^2 - 6 \times x + 9 - x^2 \\
3 \times x + 7 &= -6 \times x + 9 \\
3 \times x + 7 + 6 \times x &= -6 \times x + 9 + 6 \times x \\
9 \times x + 7 - 7 &= 9 - 7 \\
x &= \tfrac{2}{9}
\end{aligned}$$

Les 2 programmes donnent le même résultat avec $\dfrac{2}{9}$

Exercice n°6 (12 points)

Les 2 questions de cet exercice sont indépendantes.

1. *Un vendeur souhaite rendre son magasin plus accessible aux personnes en fauteuil roulant. Pour cela, il s'est renseigné sur les normes et a décidé d'installer une rampe avec une pente de 3 degrés comme indiqué sur le schéma suivant.*



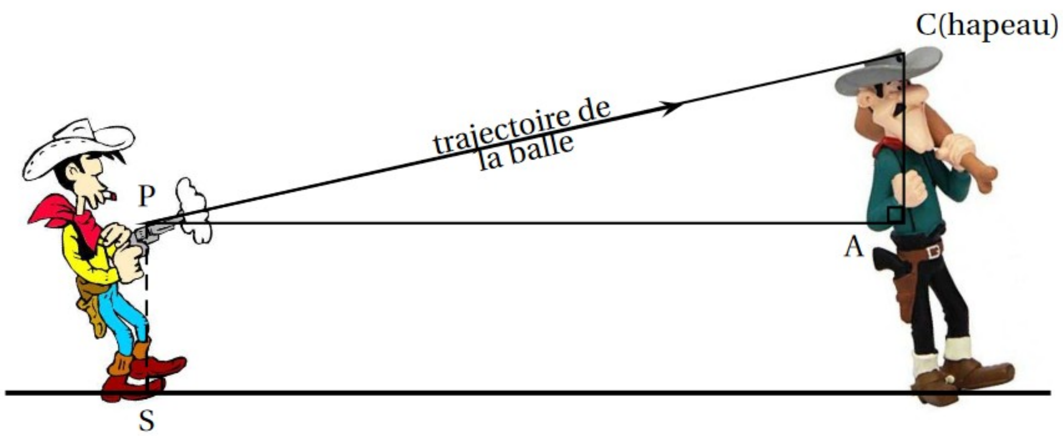
ABC est un triangle rectangle en B.
$\widehat{CAB}$ mesure 3°.
BC = 30 cm

Calculer la longueur AB, arrondie au centimètre, pour savoir où la rampe doit commencer.
Dans le triangle ABC, rectangle en B,

$$\tan(\widehat{CAB}) = \frac{BC}{AB}$$
$$\tan(3) = \frac{30}{AB}$$
$$AB = \frac{30}{\tan(3)}$$
$$AB \approx 572cm$$

AB vaut environ 572 cm soit 5,72 m.

2. *Pour toucher le chapeau d'Averell, Lucky Luke va devoir incliner son pistolet avec précision.*



On suppose que les deux cow-boys se tiennent perpendiculairement au sol.

Taille d'Avrell : 2,13 m
Distance du sol au pistolet : PS = 1 m
Distance du pistolet à Averell : PA = 6 m
Le triangle PAC est rectangle en A.

Calculer l'angle d'inclinaison $\widehat{APC}$ formé par la trajectoire de la balle et l'horizontale.
Arrondir le résultat au degré près
La distance du point A au sol est égale à PS. On a alors $AC = 2,13 – PS = 2,13 - 1 = 1,13m$

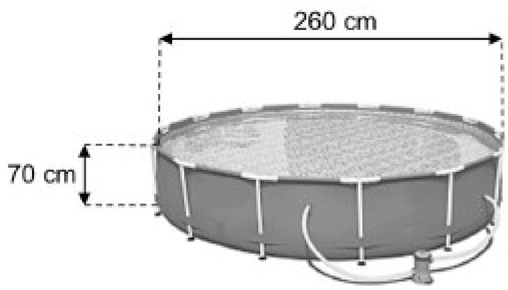
Dans le triangle PAC rectangle en A, $\tan(\widehat{APC}) = \dfrac{AC}{AP} = \dfrac{1,13}{6}$ et donc
$\widehat{APC} = \arctan\left(\dfrac{1,13}{6}\right) = 11°$ arrondi au degré près.

Exercice n°7 (14 points)

Une famille désire acheter, pour les enfants, une piscine cylindrique hors sol équipée d'une pompe électrique. Elle compte l'utiliser cet été du 1^er^ juin au 30 septembre inclus.
Elle dispose d'un budget de 200 €.

A l'aide des documents suivants, dire si le budget de cette famille est suffisant pour l'achat de cette piscine et les frais de fonctionnement.
Laisser toute trace de recherche, même si elle n'est pas aboutie.

Document 1



Caractéristiques techniques :
- Hauteur de l'eau : 65 cm
- Consommation électrique moyenne de la pompe : 3,42 kWh par jour.
- Prix (piscine + pompe) : 80 €.

Document 2
Prix d'un kWh : 0,15 €.
Le kWh (kilowatt-heure) est l'unité de mesure de l'énergie électrique.

Document 3
Prix d'un m^3 d'eau : 2,03 €.

Document 4
Le volume d'un cylindre est donné par la formule suivante :

$$V = \pi \times r^2 \times h$$

où r est le rayon du cylindre et h sa hauteur.

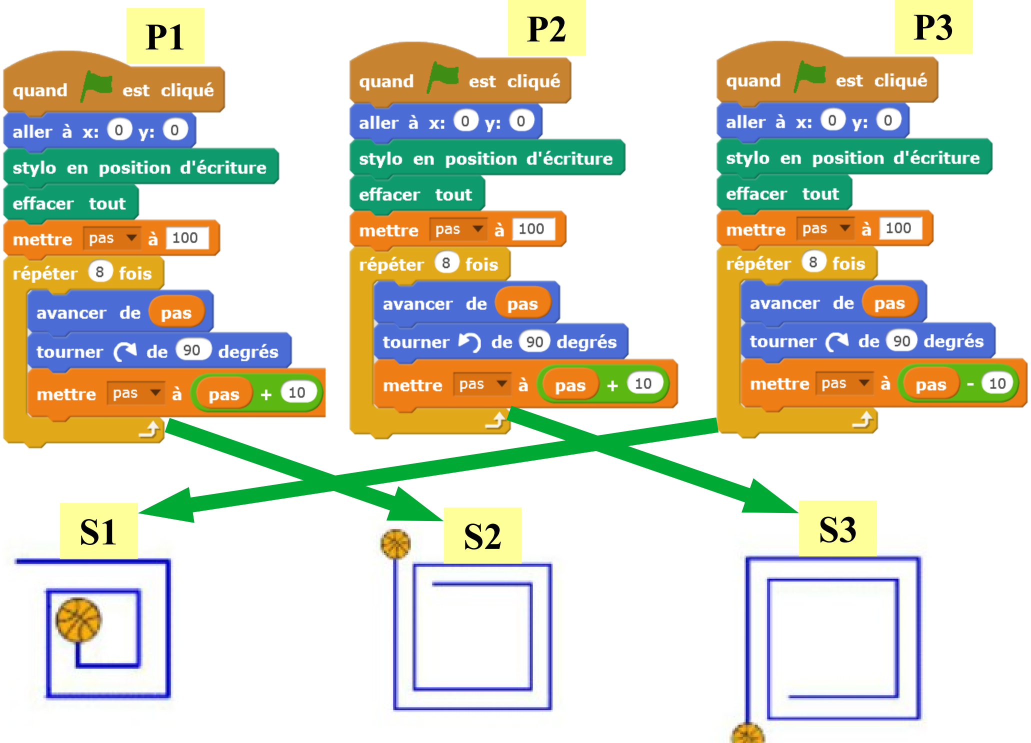
Calculons le volume de la piscine :
$V = \pi \times 130^2 \times 65 = 1\ 098\ 500\pi cm^3$ soit $1,0895\pi m^3 \approx 3,5 m^3$
Le prix de l'eau est $3,5 \times 2,03 = 7,105$ € soit environ 7,11 €

Calculons la consommation électrique :
Il y a 122 jours du 1^er^ juin au 30 septembre.
La pompe consomme $122 \times 3,42 = 417,24$ kWh
Le prix pour l'énergie électrique est $417,24 \times 0,15 = 62,586$ € soit environ 62,59€

L'achat de cette piscine et les frais de fonctionnement reviennent à $80 + 7,11 + 62,59 = 149,70$€.
Le budget de 200€ est suffisant.

Exercice n°8 (6 points)

Associer chaque programme (P1, P2 et P3) à la sortie correspondante (S1, S2 et S3).



Le ballon qui apparaît correspond à la position finale du lutin après exécution des programmes.

ANNEXE – A rendre avec la copie -

Numéro du candidat : ………………...

Annexe pour l'exercice 4 :