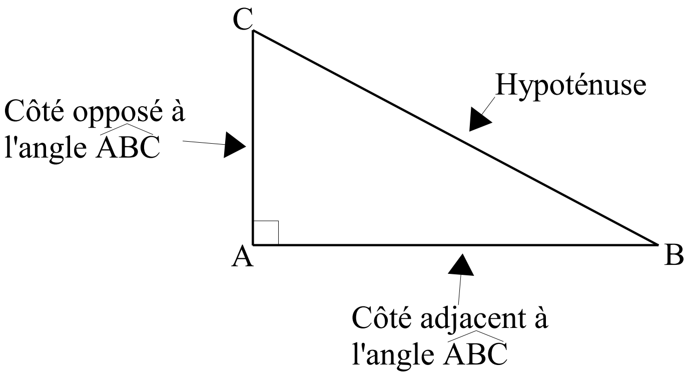
Trigonométrie

I. Dans un triangle rectangle

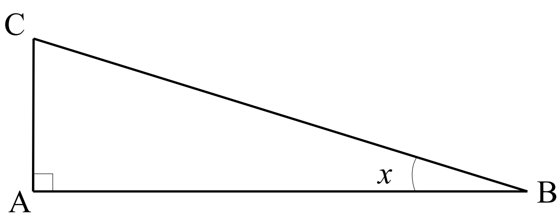


Définition : Dans un triangle ABC rectangle en A, on note

- $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} = \frac{côté\,adjacent}{hypoténuse}$ le cosinus de l'angle $\widehat{ABC}$
- $\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC} = \frac{côté\,opposé}{hypoténuse}$ le sinus de l'angle $\widehat{ABC}$
- $\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB} = \frac{côté\,opposé}{côté\,adjacent}$ la tangente de l'angle $\widehat{ABC}$

△ placer la calculatrice en mode degrés
Mnémotechnique : cahsohtoa ou sohcahtoa

II. Relations



Soit x un angle aigu, il existe un triangle ABC rectangle en A tel que $\widehat{ABC} = x$
On a alors : $\cos x = \frac{AB}{BC}$; $\sin x = \frac{AC}{BC}$; $\tan x = \frac{AC}{AB}$.

Notations :

- $(\cos x)^2$ sera noté $\cos^2 x$
- $(\sin x)^2$ sera noté $\sin^2 x$

(1) Calculons $\cos^2$ x + $\sin^2$ x

$\cos^2 x + \sin^2 x = \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 + \left(\frac{AC}{BC}\right)^2 = \frac{AB^2+AC^2}{BC^2}$

ABC est rectangle en A, donc, d'après le théorème de pythagore $AB^2 + AC^2 = BC^2$

D'où $\frac{AB^2+AC^2}{BC^2} = \frac{BC^2}{BC^2} = 1$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

(2) Calculons $\frac{\sin x}{\cos x}$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{AC}{BC}}{\frac{AB}{BC}} = \frac{AC}{BC} \times \frac{BC}{AB} = \frac{AC}{AB} = \tan x$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

Remarque : pour tout angle aigu x :

$0 \leq \cos x \leq 1$

$0 \leq \sin x \leq 1$

Application : sachant que $\cos x = 0{,}8$; calculer $\sin x$ et $\tan x$

$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

d'où $\sin^2 x = 0{,}36$

comme $\sin x > 0$, $\sin x = 0{,}6$

$\tan x = \frac{0{,}6}{0{,}8} = \frac{3}{4} = 0{,}75$

I. supprimé : Exercice

Soit x et y 2 angles complémentaires

Il existe un triangle ABC rectangle en A tel que $\widehat{ABC} = x$ et $\widehat{ACB} = y$

Dans ce triangle :

$\cos x = \frac{AB}{BC}$	$\sin x = \frac{AC}{BC}$	$\tan x = \frac{AC}{AB}$
$\cos y = \frac{AC}{BC}$	$\sin y = \frac{AB}{BC}$	$\tan y = \frac{AB}{AC}$

Que remarque t'on ?

Si deux angles x et y sont complémentaires

- *Le sinus de l'un est égal au cosinus de l'autre : $\sin x = \cos y$; $\sin y = \cos x$*
- *Les tangentes sont inverses l'une de l'autre :* $\tan x = \frac{1}{\tan y}$

On a donc : $\sin x = \cos(90° - x)$

$\cos x = \sin(90° - x)$

$\tan x = \frac{1}{\tan(90° - x)}$

III.Quelques résultats

Angle	0°	30°	45°	60°	90°
Cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	impossible