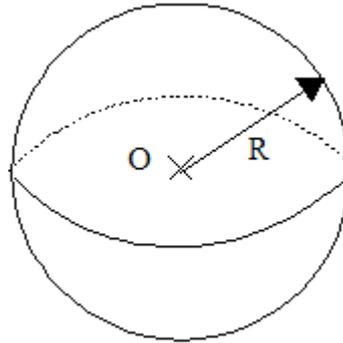


Géométrie dans l'espace

I. Sphères

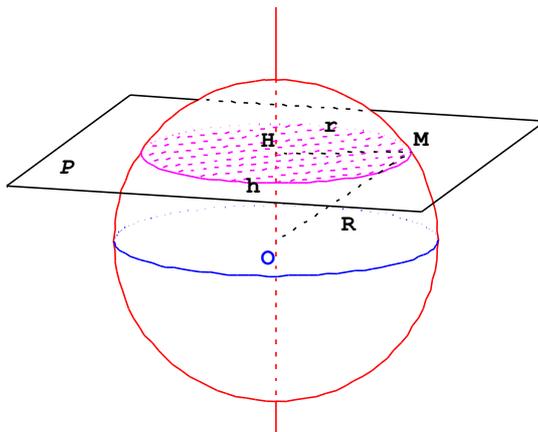
A. Définitions

- La sphère de centre O et de rayon R est l'ensemble des points de l'espace dont la distance à O est égale à R.
- La boule de centre O et de rayon R est l'ensemble des points de l'espace dont la distance à O est inférieure ou égale à R.

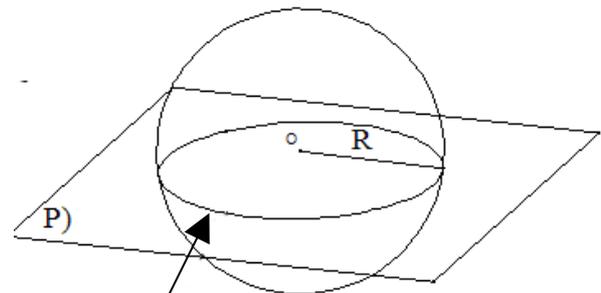


B. Section d'une sphère par un plan

- La section d'une sphère par un plan est un cercle
Si ce plan passe par le centre de la sphère, on dit que la section est un grand cercle



On a : $r = \sqrt{R^2 - OH^2}$
(on le prouve en appliquant le théorème de Pythagore)



Le plan P passe par O, c'est un grand cercle de rayon R (le rayon de la sphère)

C. Aire-Volume

- L'aire d'une sphère de rayon R est $A = 4\pi R^2$
Exemple : calculer l'aire d'une sphère de rayon 5cm
 $A = 4\pi \times 5^2 = 100\pi \approx 314 \text{ cm}^2$

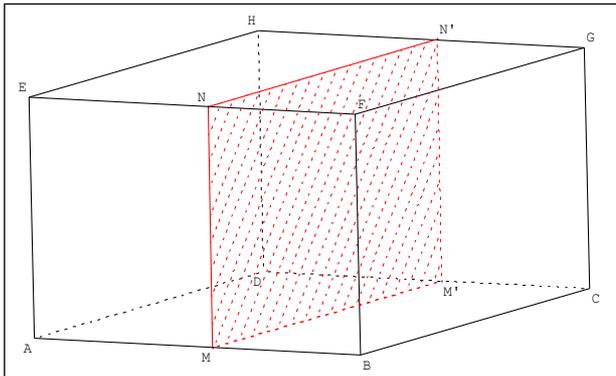
- Le volume d'une boule de rayon R est $V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$
Exemple : calculer le volume d'une boule de rayon 2m

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times 2^3 = \frac{32\pi}{3} \approx 33,5 m^3$$

II. Section d'un cube ou d'un parallélépipède rectangle

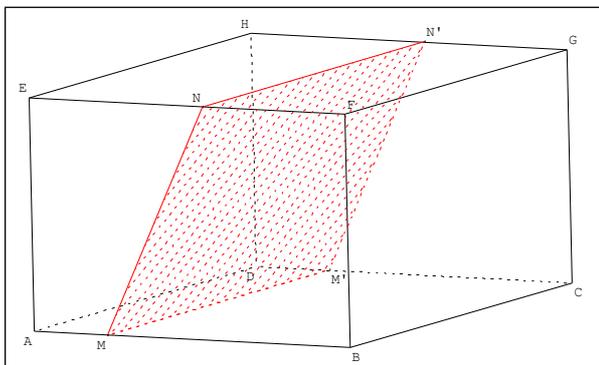
- La section d'un cube ou d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une face est un rectangle ayant les mêmes dimensions que cette face.

Parallélépipède rectangle



La section est un rectangle

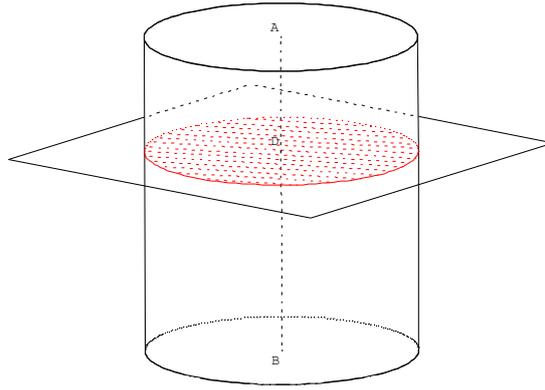
- La section d'un cube ou d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une arête est un rectangle



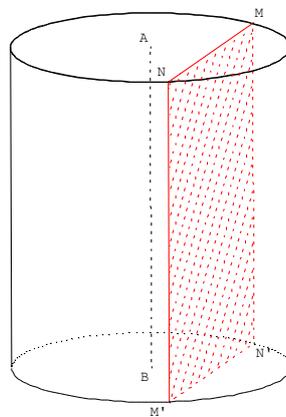
- Rappel : $V = \text{Longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur}$

III. Section d'un cylindre

- La section d'un cylindre par un plan perpendiculaire à l'axe du cylindre est un disque de même rayon que la base



- La section d'un cylindre par un plan parallèle à l'axe du cylindre est un rectangle

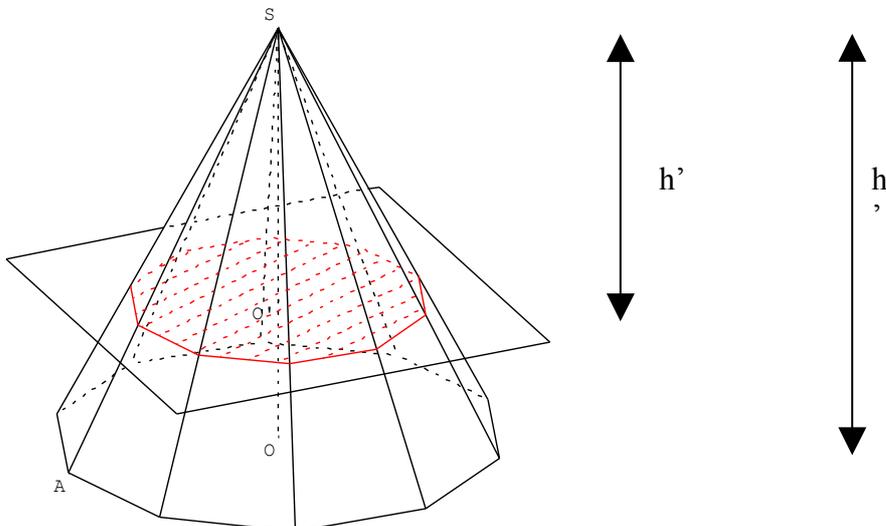


Rappels : $V = \pi \times R^2 \times h$ et Aire latérale = $2\pi Rh$

Remarque : si le plan contient l'axe du cylindre, la section est un rectangle de dimension h et $2R$.

IV. Section d'une pyramide ou d'un cône

- Cas de la pyramide



La section d'une pyramide par un plan parallèle à sa base est une réduction du polygone de base. L'échelle de la réduction est $k = \frac{h'}{h}$

En appliquant le théorème de Thalès, on montre que la petite pyramide est une réduction de la pyramide de départ.

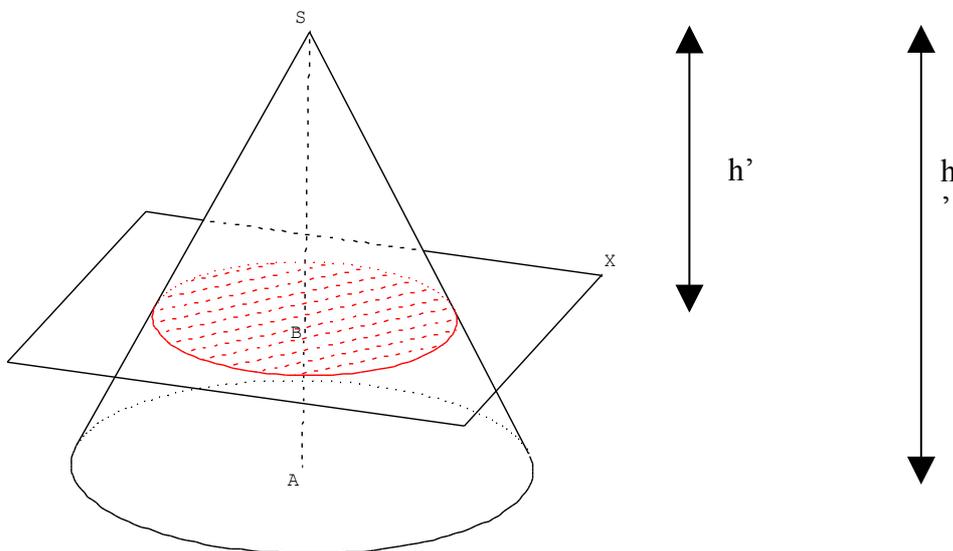
Soit P la grande pyramide de base B ; P' la petite pyramide de base B' et k le rapport. On a

$$\frac{\text{Aire de } B'}{\text{Aire de } B} = k^2 \quad \text{et} \quad \frac{\text{Volume de } P'}{\text{Volume de } P} = k^3 \quad \text{ce qui peut aussi s'écrire :}$$

Aire de $B' = k^2 \times$ Aire de B (les aires sont multipliées par k^2)

Volume de $P' = k^3 \times$ Volume de P (les volumes sont multipliés par k^3)

- Cas du cône de révolution



La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à sa base est une réduction du disque de base. L'échelle de la réduction est $k = \frac{h'}{h}$

Soit C le grand cône de base B ; C' le petit cône de base B' , et k le rapport. On a

$$\frac{\text{Aire de } B'}{\text{Aire de } B} = k^2 \quad \text{et} \quad \frac{\text{Volume de } P'}{\text{Volume de } P} = k^3 \quad \text{ce qui peut aussi s'écrire :}$$

Aire de $B' = k^2 \times$ Aire de B (les aires sont multipliées par k^2)

Volume de $P' = k^3 \times$ Volume de P (les volumes sont multipliés par k^3)

RAPPEL : formule pour calculer le volume d'une pyramide ou d'un cône de révolution

$$\text{Volume} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

Propriété : Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k , les aires sont multipliées par k^2 , les volumes par k^3 .