Calcul en écriture fractionnaire , puissances et grandeurs

I. Quelques règles de calcul

A. Somme

Si on supprime une parenthèse dans une somme,

- on **conserve** les signes si la parenthèse est précédée d'un **signe +**
- on **change** les signes si la parenthèse est précédée d'un **signe -**

Exemples :

$a+(b-c+d) = a+b-c+d$
$a+(-b+c-d) = a+(-b)+c+(-d) = a-b+c-d$
$a-(b-c+d) = a-b+c-d$
$a-(-b+c-d) = a+b-c+d$

B. Produit

Le produit de 2 nombres de **même signe** est un nombre **positif**
Le produit de 2 nombres de **signes contraires** est un nombre **négatif**

Exemples :

$(-a)\times b = a\times(-b) = -ab$
$(-a)\times(-b) = ab$

△ signe de $-x$? si $x=-5$ alors $-x=5>0$

Le produit de plusieurs facteurs non nuls est :

- positif s'il y a un nombre **pair** de facteurs négatifs
- négatif s'il y a un nombre **impair** de facteurs négatifs

II. Opérations sur les fractions

A. Egalité

Quels que soient les nombres a, b et k ($b \neq 0$; $k \neq 0$)

$$\frac{ka}{kb}=\frac{a}{b}$$

Remarque : le signe de $\frac{a}{b}$ est le même que celui de ab

B.Somme et différence

Pour additionner ou soustraire 2 fractions, il faut d'abord réduire au même dénominateur, puis :

- cas d'une somme : (d ≠ 0) $\frac{a}{d}+\frac{b}{d}=\frac{a+b}{d}$
- cas d'une différence : (d ≠ 0) $\frac{a}{d}-\frac{b}{d}=\frac{a-b}{d}$
- cas général de réduction au même dénominateur : (b ≠ 0 ; d ≠ 0)
  $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}+\frac{cb}{db}=\frac{ad+cb}{bd}$

Exemple :

$$\frac{4}{7}+\frac{2}{3}=$$

C.Produit et quotient

Pour multiplier ou diviser 2 fractions : (b ≠ 0 ; c ≠ 0 , d ≠ 0)

- produit : $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$
- quotient : $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$

Remarques :

$$a=\frac{a}{1}$$

Penser à simplifier dès que possible

Exemples : $\frac{5}{3}\times\frac{2}{7}=$ $\quad$ $\frac{5}{3}\times 2=$ $\quad$ $\frac{8}{5}\div\frac{2}{3}=$

△ L'opposé de *a* est –*a*

L'inverse de *a* (si *a* ≠ 0) est $\frac{1}{a}$

III.Les puissances

A.Définition

Le produit de n facteurs, n entier ≥1, égaux à *a* est noté a^n (*a* puissance n)

$$a^n=\underbrace{a\times a\times\ldots\times a}_{n\ fois}$$

Cas particuliers: $a^1 = a$

$1^n = 1$

$0^n = 0$

si $a \neq 0$, $a^0 = 1$

0^0 n'a pas de sens

B.Les puissances de 10

$10^n = 1\underbrace{00...0}_{n\,zéro}$ $\frac{1}{10^n} = 10^{-n} = \underbrace{0{,}0...0}_{n\,zéro}1$

C.Notation scientifique

Exemples: $5\ 342\ 000 = 5{,}342 \times 10^6$

$0{,}000\ 126 = 1{,}26 \times 10^{-4}$

On met **un seul** chiffre **non nul** devant la virgule

D.Règles de calcul sur les puissances

m, n des entiers relatifs

Pour $a \neq 0$, on pose $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$a^m \times a^n = a^{m+n}$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$(a^m)^n = a^{m \times n}$

$(a \times b)^n = a^n \times b^n$

Remarque : $a^{-1} = \frac{1}{a}$ est l'**inverse** de a

Exemples : $5^3 \times 5^6 =$ $\frac{3^{21}}{3^{12}} =$ $(7^3)^5 =$ $(3 \times 5)^7 =$

△ $(-3)^2 = 9$ et $-3^2 = -9$

Revoir : troncatures et arrondis

IV.Exemples de grandeurs composées

La vitesse : $v = \frac{distance\ en\ m}{durée\ en\ s}$ v est en m/s

Le prix au litre : $p = \frac{Prix\ du\ produit\ (en\ euro)}{volume\ du\ produit\ (en\ litre)}$ p est en €/l

L'aire d'un triangle : $A = \frac{côté\ (en\ m) \times hauteur\ (en\ m)}{2}$ A est en m^2

Volume du cube : $V = côté\ (en\ m) \times côté\ (en\ m) \times côté\ (en\ m)$ V est en m^3

La consommation électrique :
E (Energie) = Puissance (en W) × durée (en h) E est en Wh (wattheures)

Les hommes-années :
Pour certains projets, on évalue la quantité de travail en hommes × années.
Exemple :
12 chercheurs travaillant pendant 2 ans produisent un travail de 24 hommes×années

La densité de population : $d = \frac{nombre\ d'habitants}{superficie\ (en\ km^2)}$ *d est en habitants/km²*